LENGUAJE ALGEBRAICO 2.

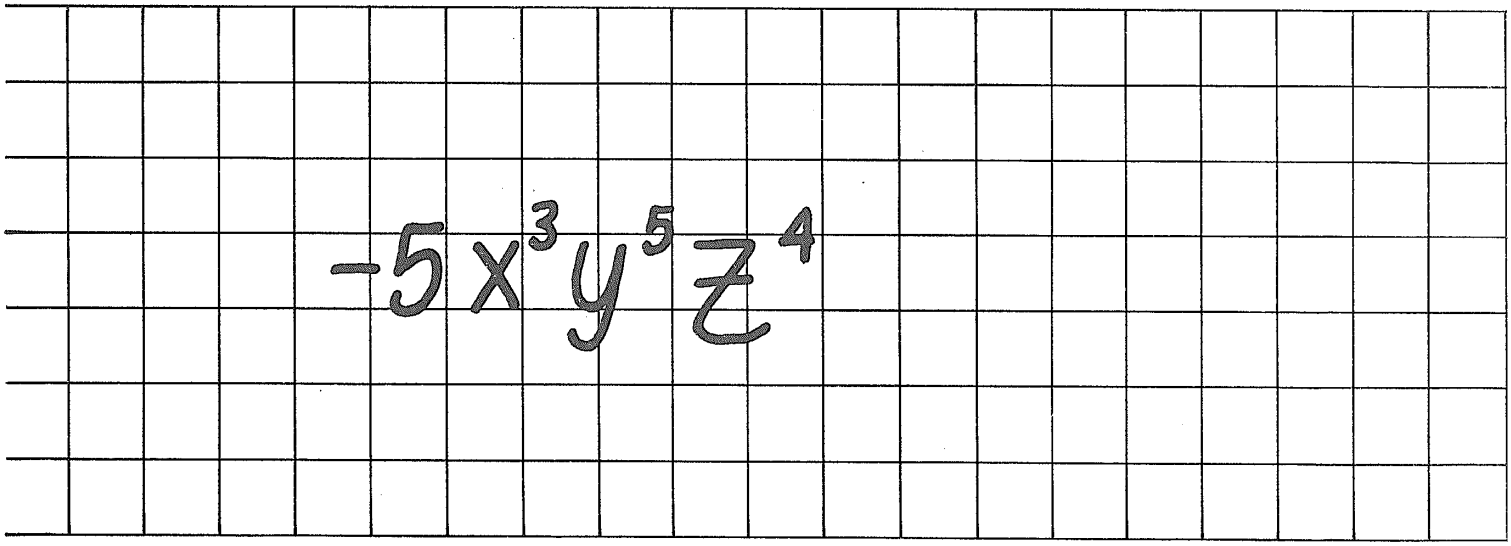
Transformación

Obras que integran el bloque 1 *(Álgebra. Estructuras y operaciones)*

1. Conjuntos
2. Estructuras matemáticas
3. El conjunto de los enteros
4. Operaciones con enteros
5. Lenguaje algebraico 1. Formación
6. ***Lenguaje algebraico 2. Transformación***
7. Operaciones con polinomios 1. Suma, resta, multiplicación y división
8. Operaciones con polinomios 2. Productos notables
9. Operaciones con polinomios 3. Factorización
10. El conjunto de los racionales
11. Operaciones con expresiones racionales
12. El conjunto de los reales
13. Operaciones con expresiones reales
14. El conjunto de los complejos. Estructura y operaciones

ANUIES

Asociación Nacional
de Universidades e Institutos de
Enseñanza Superior



Módulos de matemáticas

Bloque 1

Álgebra. Estructuras y operaciones

Módulo 6

LENGUAJE ALGEBRAICO 2.

Transformación

Conrado Flores García

EDITORIAL TRILLAS

México, Argentina, Colombia,
España, Puerto Rico, Venezuela

Revisión técnica: *Myriam P. Acuña Monsalve*
Licenciada en economía,
Universidad Nacional
Autónoma de México

La presentación y disposición en conjunto de
LENGUAJE ALGEBRAICO 2. Transformación
son propiedad del editor. Ninguna parte de esta obra
puede ser reproducida o trasmitida, mediante ningún sistema
o método, electrónico o mecánico (incluyendo el fotocopiado,
la grabación, o cualquier sistema de recuperación y almacenamiento
de información), sin consentimiento por escrito del editor

Derechos reservados
© 1985, Editorial Trillas, S. A. de C. V.
Av. Río Churubusco 385, Col. Pedro María Anaya,
Deleg. Benito Juárez, 03340, México, D. F.

Miembro de la Cámara Nacional de la
Industria Editorial. Reg. núm. 158

Primera edición, abril 1985
ISBN 968-24-1506-3

Impreso en México

PRESENTACIÓN

Descripción general de la serie

Para la elaboración de los textos que componen la serie MÓDULOS DE MATEMÁTICAS se tomaron en cuenta los objetivos de los programas de estudio de un gran número de instituciones de enseñanza media superior.

La serie consta de 64 módulos didácticos agrupados en 8 bloques, a saber:

1. Álgebra. Estructuras y operaciones.
2. Álgebra. Modelos.
3. Nociones de lógica matemática.
4. Geometría euclidiana.
5. Trigonometría.
6. Geometría analítica.
7. Cálculo diferencial.
8. Cálculo integral.

Cada bloque se complementa con un compendio de la información contenida en los módulos didácticos que lo forman y al cual hemos dado el nombre de MEMO, ya que es una ayuda a la *memo*ria, al entusiasmo y al esfuerzo.

Por otra parte, cada módulo contiene una sucesión de cuadros de aprendizaje, los cuales están organizados en cierto número de submódulos (capítulos); en los que se presenta la información en orden creciente de complejidad. En atención a su fin, hemos designado a los cuadros con los nombres: *informativos, de pregunta* y *de respuesta.* Asimismo, se presentan cuadros complementarios para efectuar, si es necesario, ejercicios o prácticas adicionales.

Sugerencias a los lectores

Los MÓDULOS DE MATEMÁTICAS están dirigidos a diferentes clases de lectores: los profesores de enseñanza media superior, los estudiantes inscritos en cursos escolarizados de este nivel, estudiantes autodidactas y, en general, personas que deseen actualizar sus conocimientos en este campo.

En lo que respecta a los profesores, éstos pueden usar los módulos como parte integrante de sus guiones de clase; para tal efecto, deben revisar el programa correspondiente y advertir en qué parte puede incorporarse tal o cual módulo, ya que los textos están basados en un gran número de programas y no en uno solo. Al seleccionar los módulos que correspondan al curso planeado, éste quedará dividido en tareas de aprendizaje. El dominio de cada módulo quedará determinado por la consecución de los objetivos específicos.

En relación con los estudiantes inscritos en cursos escolarizados, los MÓDULOS DE MATEMÁTICAS pueden servirles como material complementario y como una posibilidad de desarrollar los ejercicios que se revisan en el aula.

Los estudiantes autodidactas notarán que cada uno de los textos es un "escalón numerado" que debe seguirse con precisión para poder acceder al siguiente. Los cuadros informativos, los de pregunta y los de respuesta son las partes fundamentales de cada peldaño. En los cuadros informativos se presentan los aspectos que deben ser estudiados con sumo cuidado. Dichos cuadros se destacan con el símbolo , el cual indica que se les debe prestar atención especial. Los cuadros de pregunta brindan el espacio suficiente para anotar la respuesta correspondiente, la cual puede ser verificada en los cuadros de respuesta que están situados justo al lado del cuadro de pregunta (para tal efecto, es conveniente tapar el cuadro de respuesta durante la elaboración de la misma, a fin de poder comprobar el resultado que se obtenga).

El alumno logrará el dominio de cada uno de los módulos mediante la consecución de los objetivos anotados al final de cada submódulo. Dichos objetivos indican lo que el estudiante debe ser capaz de hacer al terminar de examinar cada etapa: sólo si se han cumplido los objetivos deberá pasarse al siguiente módulo.

Respecto a las personas que quieren actualizar sus conocimientos en el campo de las matemáticas, es necesario que estudien los módulos desde el comienzo (a manera de repaso), ya que de esta manera se evitará que algún tema quede poco claro debido a la falta de conocimiento de aquellos que lo fundamentan. Para ello, se ha incluido una lista de prerrequisitos que deben cumplirse para poder entender determinados temas.

Cabe señalar que la mencionada lista de prerrequisitos, comprende aquellos puntos que son útiles para todos los tipos de lectores, pues se especifican los conocimientos que deben tenerse para poder comprender y asimilar mejor el contenido del módulo en cuestión.

Una última observación: las metas sólo se logran cuando el esfuerzo por alcanzarlas se fundamenta en el agrado, el entusiasmo y la motivación, en el caso de los alumnos, y en la planeación adecuada y la exposición convincente, en lo que respecta a los profesores.

CONRADO FLORES GARCÍA

ÍNDICE DE CONTENIDO

Presentación

Objetivos, esquema estructural y prerrequisitos

6.1 Transformación de expresiones algebraicas 9

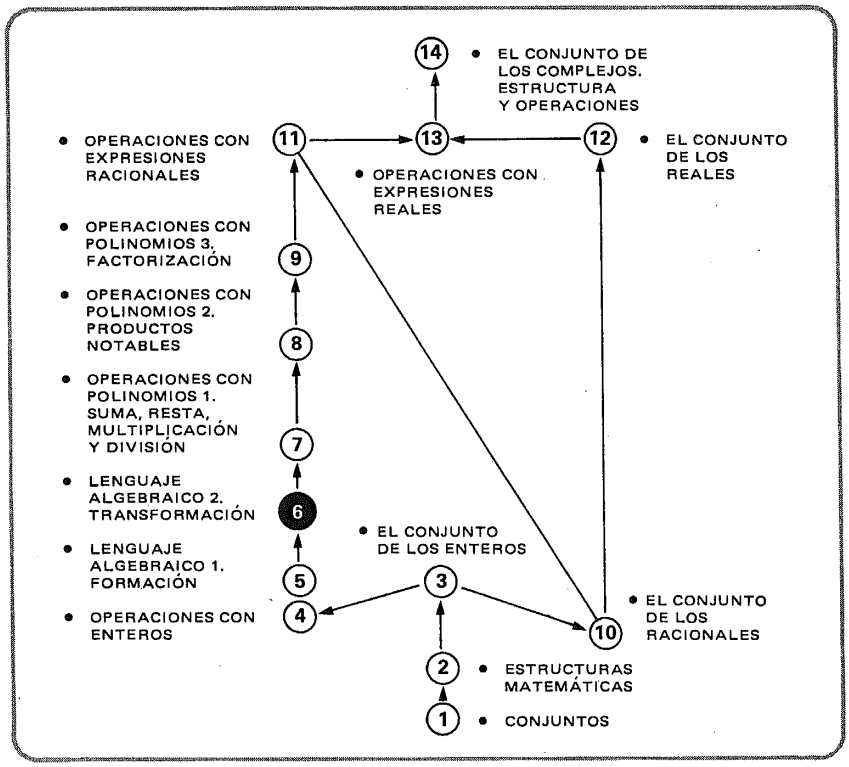
6.2 Operaciones con términos algebraicos 22

OBJETIVOS, ESQUEMA ESTRUCTURAL Y PRERREQUISITOS

Bloque 1. Álgebra. Estructuras y operaciones

Objetivos: establecer las estructuras matemáticas relacionadas con los números naturales, enteros, racionales, reales y complejos. Efectuar las cuatro operaciones binarias fundamentales y las operaciones monarias de potenciación y radicación con expresiones algebraicas pertenecientes a cada uno de los cinco conjuntos mencionados

Esquema estructural del bloque 1



Módulo 6. Lenguaje algebraico 2. Transformación

Objetivos: enunciar y aplicar las principales reglas para la transformación de expresiones algebraicas

Prerrequisitos:	Bloque	Módulo(s)
• Nociones de la teoría de conjuntos	1	1
• Propiedades de las operaciones binarias: clausura, asociatividad, existencia de elementos neutro o inversos, conmutatividad y distributividad	1	2
• Manejo de los números enteros	1	4

6.1

Transformación de expresiones algebraicas

1

Sean x, y, z tres números enteros

indeterminados,

que deberán sujetarse a las

reglas del juego

establecidas para los enteros.

2

Recordemos las reglas del juego para los enteros.

1. **Clausura o cerradura**

Si $x, y \in \mathbb{Z}$ (*)

$x + y \in \mathbb{Z}$	cerradura de la suma o adición
$xy \in \mathbb{Z}$	cerradura de la multiplicación
$x - y \in \mathbb{Z}$	cerradura de la resta o sustracción

* Conjunto de sustitutos permisibles de x, y.

3

2. **Asociatividad**

Si $x, y, z \in \mathbb{Z}$

$(x + y) + z =$ [_____]

$x + (y + z)$

4

Intentemos señalar la opción correcta.

La expresión

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$
$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

representa una proposición

- abierta
- cerrada
  - verdadera
  - falsa

La expresión dada representa una proposición abierta que tiene una particularidad: es **verdadera** para todos los sustitutos permisibles de x, y, z.

5

A las proposiciones abiertas que son verdaderas para todos los sustitutos permisibles les vamos a llamar **identidades.**

6

Tenemos entonces el siguiente esquema:

- Expresiones algebraicas
  - no proposiciones
  - proposiciones
    - abiertas
      - identidades
      - otras
    - cerradas
      - verdaderas
      - falsas

7

$$(x + y) + z = x + (y + z) \quad x, y, z \in \mathbb{Z}$$

El que la proposición representada sea verdadera para todos los sustitutos permisibles de las indeterminadas lo podemos simbolizar así:

$$\forall\, x, y, z \in \mathbb{Z},\ (x + y) + z = x + (y + z)$$

que se lee: "para todas las x, y, z elementos de $\mathbb{Z}$, . . ."

8

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Esta identidad nos permite escribir una suma en la siguiente forma:

$$x + y + z + \ldots$$

(sin paréntesis)

9

Asociatividad de la multiplicación de enteros.

Expresión simbólica:

$$\_\_\_\_\_$$

Por ejemplo:

$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}, (xy)z = x(yz)$

10

Puesto que:

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}, (xy)z = x(yz)$$

podemos escribir un producto en la forma:

$xyz \ldots$

(sin paréntesis)

11

3. **Existencia de elemento neutro o de identidad**

Para la suma:

$$x + 0 = 0 + x = x \quad \forall x \in$$

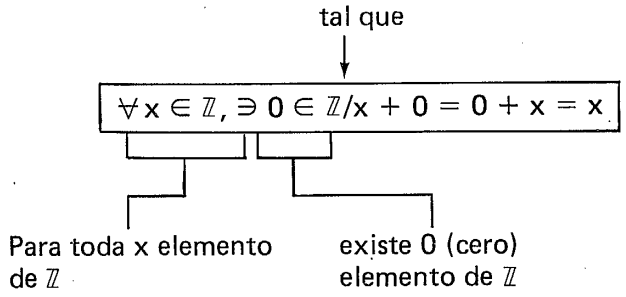
Esta expresión representa una proposición abierta verdadera para todos los sustitutos permisibles de x ($x \in \mathbb{Z}$), es decir, una identidad.

V/F

V

12

La existencia del cero como elemento neutro de la suma la podemos simbolizar así:



13

La expresión:

$$\forall x \in \mathbb{Z}, \quad \ni 1 \in \mathbb{Z}/x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$$

se leería entonces, así:

Para toda x elemento de $\mathbb{Z}$, existe 1 (uno) elemento de $\mathbb{Z}$ tal que

$x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$

14

Ahora bien:

$$\forall x \in \mathbb{Z}, \ni 0 \in \mathbb{Z}/x - 0 = 0 - x = x$$

V/F

F

15

Podemos escribir la siguiente expresión relacionada con la existencia de elemento neutro para la resta, y que sí es una identidad:

$\forall x, \in \mathbb{Z}, \exists 0 \in \mathbb{Z} /$ [ ]

$x - 0 = x$

16

En general, no se cumple que:

$$x - 0 = 0 - x$$

puesto que la resta no es una operación conmutativa.
En la resta, el 0 funciona como elemento neutro únicamente a la [ ]

derecha/izquierda

derecha

17

4. Existencia de elementos inversos para todos los elementos de $\mathbb{Z}$

$$\forall x \in \mathbb{Z}, x + (-x) = 0$$

V/F

V

18

$\forall x \in \mathbb{Z}, \exists x' \in \mathbb{Z} / x \cdot x' = 1$

V/F

F

19

$\forall x \in \mathbb{Z}, \ni x' \in \mathbb{Z} / x - x' = 0$

V/F

V

$x = x$

20

$\forall x \in \mathbb{Z}, \ni x' \in \mathbb{Z} / x - x' = 0$

Si $x' = x$

tenemos:

$\forall x \in \mathbb{Z}, x - x = 0$

21

5. **Conmutatividad en $\mathbb{Z}$**

Para la suma o adición:

$\forall x, y \in \mathbb{Z}, x + y = y + x$

Para la multiplicación:

$\forall x, y \in \mathbb{Z}, xy = yx$

22

Además, tenemos que:

$x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0^*$ $\quad x \in \mathbb{Z}$

por lo que podemos escribir la siguiente expresión:

$\forall x \in \mathbb{Z}, \exists 0 \in \mathbb{Z} / x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$

* Al cero le llamamos **elemento absorbente** de la multiplicación.

23

6. **Distributividad de la multiplicación con respecto a la suma**

Expresiones simbólicas:

- distributividad a la derecha

$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}, (x + y)z = xz + yz$

- distributividad a la izquierda

$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}, z(x + y) = zx + zy$

24

$\frac{x}{1} = \square$

$\frac{x}{1} = x$

ya que:

$1 \cdot x = x$

25

$\frac{0}{x} = \square$

$\frac{0}{x} = 0$

ya que:

$x \cdot 0 = 0$

26

$\frac{x}{0} = \square$

$\frac{x}{0}$ = número no definido

ya que:

$\square \cdot 0 = 0$

↑

cualquier número

27

¡Atención!

La división por cero

(no)

está definida:

$$\frac{x}{0} = \text{número no definido}$$

28

$$\frac{x}{x} = \square$$

$$\frac{x}{x} = 1$$

ya que:

$$x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$$

29

Pero si $x = 0$

$\frac{x}{x}$ se transforma en:

$$\frac{0}{0} = \square$$

$$\frac{0}{0} = \boxed{\text{cualquier número}}$$

puesto que:

$$0 \cdot \boxed{\text{cualquier número}} = 0$$

De todas maneras, no se permite el 0 como divisor.

30

No debemos olvidar que la división por cero **no se define en** $\mathbb{Z}$.

Es más, la división por cero **no se define en ninguno de los conjuntos** de números que posteriormente estudiaremos.

31

Debemos escribir, entonces:

$$\boxed{\frac{x}{x} = 1}$$

para $x \neq 0$

32

Resumen de las reglas del juego estudiadas
para el manejo de expresiones algebraicas enteras

Para $x, y, z \in \mathbb{Z}$

1. $(x + y) + z = x + (y + z)$ por lo que se puede escribir: $x + y + z$
2. $(xy)z = x(yz)$ por lo que se puede escribir xyz
3. $x + 0 = 0 + x = x$
4. $x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$ } $0 \in \mathbb{Z}$
5. $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$ $1 \in \mathbb{Z}$

Continúa en el siguiente cuadro

6. $x - 0 = x$

7. $0 - x = -x$

8. $x + (-x) = 0$

9. $x - x = 0$

10. $x + y = y + x$

11. $xy = yx$

12. $(x + y)z = xz + yz$

13. $z(x + y) = zx + zy$

14. $(x - y)z = xz - yz$

15. $z(x - y) = zx - zy$

16. $x/1 = x$

17. $0/x = 0$ para $x \neq 0$

18. $x/0 =$ número no definido

19. $x/x = 1$ para $x \neq 0$

33

Completaremos nuestra tabla con las siguientes:
propiedades de las igualdades.

20. $x = x$ • reflexividad

21. Si $x = y$ entonces $y = x$ • simetría

22. Si $x = y$ e $y = z$, entonces $x = z$ • transitividad

34

También conviene recordar
que,

23. La resta o sustracción no es asociativa.

24. La resta o sustracción no es conmutativa.

1.6.1.

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *enunciar* verbal y simbólicamente las principales reglas para el manejo de las expresiones algebraicas enteras.

6.2

Operaciones con términos algebraicos

35

Al término algebraico

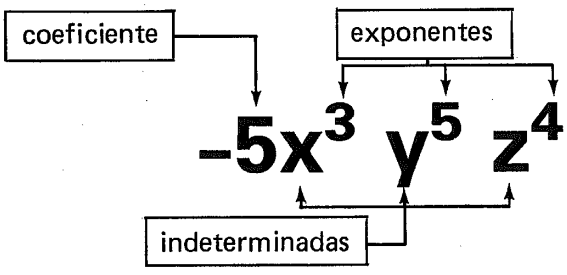
$-5x^3y^5z^4$

lo podemos descomponer en sus factores primos, así:

$-5xxxyyyyyzzzz$

36

Ahora, vamos a dar nombres a los **componentes de un término algebraico:**



37

El término algebraico

$$-5x^3y^5z^4$$

es:

de **tercer grado** para la indeterminada x
de [ ] para la indeterminada y
de [ ] para la indeterminada z

quinto grado
cuarto grado

38

$$3 + 5 + 4 = 12$$

$$-5x^3y^5z^4$$

También afirmamos que este término es de **12° grado** o que su grado "global" es igual a 12.

39

$$3x^2y^3$$

Este término es de:

[ ] grado para la indeterminada x
[ ] grado para la indeterminada y

y su grado global es [ ]

segundo
tercer
5

40

$4xyz$

Este término es de:

grado [ ] para x
grado [ ] para y
grado [ ] para z
y su grado global es [ ]

1
1
1
3

Recordemos que:
$x^1 = x$

41

En el siguiente término algebraico

$5x^2y^4$

el coeficiente es [ ]
las indeterminadas son [ ]
los exponentes son [ ]
el término es de [ ] grado

5
x, y
2, 4
sexto

42

x^3y

el coeficiente es [ ]
las indeterminadas son [ ]
los exponentes son [ ]
el grado global del término es [ ]

1
x, y
3, 1
4

43

$-8x$

el coeficiente es [ ]
las indeterminadas son [ ]
los exponentes son [ ]
el grado global del término es [ ]

-8
x
1
1

44

$-x$

el coeficiente es [ ]
las indeterminadas son [ ]
los exponentes son [ ]
el grado global del término es [ ]

-1
x
1
1

45

5

el coeficiente es [?]
las indeterminadas son [?]
los exponentes son [?]
el grado del término es [?]

Véase el cuadro siguiente.

46

Antes de responder a las preguntas del cuadro anterior estudiemos algo sobre

operaciones con potencias de una indeterminada

47

Ya hemos definido que:

$x^2 = x \cdot x$

$x^3 = x \cdot x \cdot x$

Entonces:

$x^2 \cdot x^3 = \underline{\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad}$

$x^2 \quad x^3$

$\underbrace{x \cdot x}\ \underbrace{x \cdot x \cdot x}$

$= x^5$

48

De manera similar:

$x^4 \cdot x^6 = \underline{\qquad\qquad}$

$= \underline{\qquad\qquad}$

$x^4 \qquad x^6$

$\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot x}\ \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}$

$= x^{10}$

49

$x \cdot x^2 = \underline{\qquad\qquad}$

$$\underbrace{x \cdot \overbrace{x \cdot x}^{x^2}}_{= x^3}$$

50

En general, para m, n $\in \mathbb{Z}^+$:

$x^m \cdot x^n = \underline{\qquad\qquad}$

x^{m+n}

51

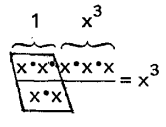
Ahora bien.

$x^5 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$

$x^2 = x \cdot x$

$\dfrac{x^5}{x^2} = \underline{\qquad\qquad}$

$$\frac{\overbrace{\boxed{x \cdot x \cdot x}}^{1} \cdot \overbrace{x \cdot x \cdot x}^{x^3}}{\boxed{x \cdot x}} = x^3$$

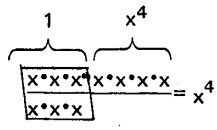


puesto que, por la regla de transformación número 19, se tiene, para $x \neq 0$:

$$\frac{x \cdot x}{x \cdot x} = 1$$

52

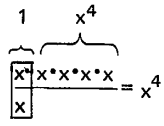
$$\frac{x^7}{x^3} = \square$$



siempre que $x \neq 0$

53

$$\frac{x^5}{x} = \square$$



siempre que $x \neq 0$

54

En general:

$$\frac{x^m}{x^n} = \square$$

para $x \neq 0$

x^{m-n}

55

Por el momento hemos considerado que

$$m, n \in \mathbb{Z}^+$$

y que

$$m > n$$

56

Observemos qué sucede en

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

si

$$m = n$$

57

De acuerdo con la regla 9

$$\frac{x^m}{x^m} = x^{m-m} = x^{\square}$$

0

58

Y de acuerdo con la regla 19, para $x \neq 0$:

$$\boxed{} = \frac{x^m}{x^m} = x^0$$

1

59

¡Atención!

$$1 = \frac{x^m}{x^m} = x^0$$

por la regla 22

$$1 = x^0$$

por la regla 21

$\boxed{}$

- $x^0 = 1$

  sin olvidar la restricción

  $x \neq 0$

60

¡Atención!

Toda expresión algebraica (numéricamente diferente de cero) elevada a cero es igual a 1.

$$x^0 = 1 \quad \text{para } x \neq 0$$

61

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

Dejaremos para un estudio posterior el caso en que:

$m < n$

62

Desde este momento, aceptamos exponentes iguales a cero, es decir que en

x^n

extendemos el conjunto de sustitutos permisibles para n

de $\mathbb{Z}^+$ a $\mathbb{N}$

63

Entonces:

$x^0 =$ _____

$y^0 =$ _____

$z^0 =$ _____

- 1
- 1
- 1

siempre que:

$x \neq 0$
$y \neq 0$
$z \neq 0$

64

Entonces:

$3x^0 =$ [ ]

$5y^0 =$ [ ]

$-7z^0 =$ [ ]

$3 \cdot 1 = 3$

$5 \cdot 1 = 5$

$(-7) \cdot 1 = -7$

65

Asimilado lo anterior, volvamos al problema planteado en el cuadro 45, y determinemos el grado del término

5

Entonces, decimos que:

el coeficiente es [ ]

las indeterminadas son [ ]

los exponentes son [ ]

el grado del término es [ ]

5

cualquier literal o conjunto de literales

0

0

Véase cuadro siguiente.

66

$$\underbrace{5 = 5x^0 = 5y^0 = 5x^0y^0}_{5 \cdot 1 = 5}$$

A un término como éste le llamaremos

término independiente

67

Término independiente = Término de grado 0

68

¡Atención!

- Producto de potencias de una misma indeterminada

$x^2 \cdot x^3 = x^5$

En general

$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

- Producto de potencias de diferentes indeterminadas.

$x^2 \cdot y^3 = x^2 y^3$

En general

$x^m \cdot y^n = x^m y^n$

1.6.2.1

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

69

Un término algebraico

$-3xy^2$

70

Otro término algebraico

$5xy^2$

71

$-3xy^2$ $5xy^2$

Los dos términos tienen en común

- **las indeterminadas y**

sus exponentes respectivos.

A tales términos les llamaremos

términos semejantes.

72

Dos términos:

$3x^3y^2$ $25x^3y^2$

De acuerdo con lo establecido,
¿son semejantes?

Sí/No

Sí

73

Tres términos:

xyz 3xyz $-$ xyz

¿Son semejantes?

Sí/No

Sí

74

Dos términos:

$25ax^2y^2$ $13axy^2$

¿Son semejantes?

Sí/No

No

75

$3abx^2 \quad -3abx^2$

¿Son semejantes?

Sí/No

Sí

76

Señalar los términos semejantes:

$3ab$	$7ab$	$-2ab$
ab	ab^2	$120ab$
$10a^2b$	$-a^2b^2$	$-ab$

$3ab$

$7ab$

$-2ab$

ab

$120ab$

$-ab$

77

Dos términos algebraicos:

$3x \quad 5x$

¿Son semejantes?

Sí/No

Sí

78

$3x \quad 5x$

Sumemos estos dos términos.

Escribimos

$3x + 5x$

79

Recordemos la **propiedad distributiva** de la multiplicación con respecto a la suma (a la derecha) [regla 12]:

$(x + y)z = xz + yz$

que, de acuerdo con la regla 21 (propiedad simétrica de las igualdades) se transforma en:

$\_\_\_\_\_$

$xz + yz = (x + y)z$

80

Tenemos, entonces:

$3x + 5x = \_\_\_\_\_$

aplicando el criterio del cuadro anterior.

$(3 + 5)x = 8x$

81

¡Atención!

$3x + 5x = (3 + 5)x = 8x$

A esta operación suele llamársele

reducción de términos semejantes.

82

$4a + 5a =$ ⌊_____⌋

$(4 + 5)a = 9a$

83

$12b - 7b =$ ⌊_____⌋

Aplicar la regla 14.

$(12 - 7)b = 5b$

84

$127y - 87y =$ _____

$(127 - 87)y = 40y$

85

$-14m + 5m =$ _____

$(-14 + 5)m = -9m$

86

$-7n + 3n =$ _____

$(-7 + 3)n = -4n$

87

$-5x - 6x =$ ____

$(-5 - 6)x = -11x$

88

$-15x - 3x =$ ____

$(-15 - 3)x = -18x$

89

$3c - c =$ ____

$(3 - 1)c = 2c$

90

$x + x =$ ____

$(1 + 1)x = 2x$

91

$x - x =$ ____

$(1 - 1)x = 0 \cdot x = 0$

(Comparar con la regla o identidad 9.)

92

$-z + z =$ ____

$(-1 + 1)z = 0$

93

$3xy + 4xy =$ _____

$(3 + 4)xy = 7xy$

94

$8x^3 + 5x^3 =$ _____

$(8 + 5)x^3 = 13x^3$

95

$57a^2 - 13a^2 =$ _____

$(57 - 13)a^2 = 44a^2$

96

$-1250x^5 - 750x^5 =$ [ ]

$(-1250 - 750)x^5$

$= -2000x^5$

97

$-14xy^3 + 5xy^3 =$ [ ]

$(-14 + 5)xy^3$

$= -9xy^3$

98

$8x^2y^3z^4 + 2x^2y^3z^4 =$ [ ]

$(8 + 2)x^2y^3z^4$

$= 10x^2y^3z^4$

99

$21mn^2p^3 - 10mn^2p^3 =$ ____

$(21 - 10)mn^2p^3$

$= 11mn^2p^3$

100

$2ab + 3ab + 5ab =$ ____

$(2 + 3 + 5)ab$

$= 10ab$

101

$8x + 3x + 10x + x =$ ____

$(8 + 3 + 10 + 1)x$

$= 22x$

102

$-8y-7y-3y-y=$ ＿＿＿＿＿＿

$(-8-7-3-1)y$

$=-19y$

103

$-m-m-m-m=$ ＿＿＿＿＿＿

$(-1-1-1-1)m$

$=-4m$

104

$-4a+7a-8a+3a=$ ＿＿＿＿＿＿

$(-4+7-8+3)a$

$=-2a$

105

$3k - 7k + 8k - k =$ ____

$(3 - 7 + 8 - 1)k$

$= 3k$

106

$5x^2y - 3x^2y - 2x^2y =$ ____

$(5 - 3 - 2)x^2y = 0 \cdot x^2y$

$= 0$

107

$7d^2e - 7d^2e + d^2e =$ ____

$\overbrace{7d^2e - 7d^2e}^{0} + d^2e$

Cancelación basada en la regla 9.

d^2e

108

$5x + 8x - 5x =$ ____

$\cancel{5x} + 8x - \cancel{5x}$

Cancelación basada en la regla 9.

$8x$

109

$a + 3a + 7a - a =$ ____

$\cancel{a} + 3a + 7a - \cancel{a}$

$= 10a$

110

$-3x + 4x - 4x + 3x =$ ____

$-\cancel{3x} + \cancel{4x} - \cancel{4x} + \cancel{3x}$

$= 0$

111

$3x + 4y =$ ____

La **reducción** estudiada sólo puede realizarse con términos semejantes.
Por lo tanto, $3x + 4y$ no se puede expresar en forma más compacta.

112

¡Atención!

$3x + 4x = 7x$

Sin embargo

$3x + 4y$

no se puede expresar en forma más compacta.

113

Ahora bien:

$ax + bx =$ ____

coeficientes indeterminados

$(a + b)x$

de acuerdo con la **regla 12**

114

$xm + xn =$ ____

$x(m + n)$

de acuerdo con la **regla 13**

115

$axy^2 - bxy^2 =$ ____

$(a - b)xy^2$

de acuerdo con la **regla 14**

116

$x^2k_1 - x^2k_2 =$ ____

índice 1

índice 2

$x^2(k_1 - k_2)$

de acuerdo con la **regla 15**

117

$x^2(k_1 - k_2)$

$(k_1 - k_2)x^2$

¿Son equivalentes estas dos expresiones?

Sí/No

En caso de serlo, ¿qué regla nos permite afirmar su equivalencia?

Sí

Regla 11, conmutatividad de la multiplicación en $\mathbb{Z}$

118

$3x - 4y = 4y - 3x$

V/F

F

(no conmutatividad de la sustracción)

119

Empezamos a darnos cuenta de la importancia de la

propiedad distributiva

en la transformación de las expresiones algebraicas

1.6.2.2

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

1.6.2

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *identificar* los componentes de un término algebraico;
- *multiplicar* potencias de una misma indeterminada;
- *dividir* potencias de una misma indeterminada, cuando el exponente del dividendo es mayor que el del divisor;
- *explicar* por qué cualquier expresión algebraica entera diferente de cero, elevada a cero, es igual a 1;
- *efectuar* la operación de "reducción de términos semejantes" apoyándose en la distributividad de la multiplicación con respecto a la suma (o a la resta).

Esta obra se terminó de imprimir
el día 12 de abril de 1985,
en los talleres de Litográfica Ingramex, S. A.,
Centeno núm. 162, loc. 1, Col. Granjas Esmeralda,
Deleg. Iztapalapa, 09810, México, D. F.,
se encuadernó en Ediciones Pegaso, S. A.,
Centeno núm. 162, loc. 4, Col. Granjas Esmeralda,
Deleg. Iztapalapa, 09810, México, D. F.,
se tiraron
3 000 ejemplares, más sobrantes de reposición

CO DGR KC 100